

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ

**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
КАРЕЛЬСКОГО НАУЧНОГО ЦЕНТРА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИПМИ КарНЦ РАН)**

185910, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, д. 11  
Тел. (814-2) 78-11-08, факс 76-63-13  
E-mail [math@krc.karelia.ru](mailto:math@krc.karelia.ru)  
ОКПО 24791242, ОГРН 1021000533278  
ИНН/КПП 1001041442/100101001

УТВЕРЖДАЮ  
Директор Института прикладных  
математических исследований  
Карельского научного центра  
РАН, доктор физико-  
математических наук, профессор



В. В. Мазалов

2014 г.

На № 29.05.2014 № 17447-2/11.1  
от \_\_\_\_\_

**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ  
на диссертацию Фирюлиной Оксаны Сергеевны  
«Алгоритмы поиска максимальных независимых множеств графа  
и экспериментальная оценка их эффективности», представленную  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 05.13.18 — математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ**

**Актуальность темы исследования**

Диссертационная работа Фирюлиной Оксаны Сергеевны посвящена исследованию проблемы поиска максимальных независимых множеств (МНМ) неориентированного графа и разработке эффективных алгоритмов ее решения. Задача поиска МНМ принадлежит к числу труднорешаемых задач дискретной математики, имеющих многочисленные приложения. Например, в бионформатике — поиск потенциальных регуляторных структур РНК, бикластеризация данных экспрессии генов; в электротехнике — поиск иерархических структур в электрических схемах, анализ коммуникационных сетей; в компьютерных технологиях — распознавание двумерных объектов. Кроме этого, к задаче поиска МНМ графа возможно сведение других NP-трудных задач дискретной математики, в частности, задачи раскраски графа (кластеризация, распределение регистров в микропроцессорах и др.). Для решения рассматриваемой задачи разработано множество алгоритмов. Они имеют экспоненциальную оценку сложности ( $O(c2^{\alpha n})$ ), что затрудняет их использование при решении практических задач. Для увеличения размерности обрабатываемых графов необходимо уменьшать показатель степени  $\alpha$ . В связи с изложенным диссертационная работа Фирюлиной О.С., направленная на развитие методов поиска МНМ графа, является актуальной.

**Целью диссертационной работы** являются эффективные алгоритмы поиска МНМ неориентированного графа. Для достижения поставленной цели автором были решены следующие задачи.

1. Проведен анализ существующих алгоритмов.
2. Разработаны алгоритмы поиска МНМ графа, основанные на расширении независимого множества на каждом уровне дерева поиска парой вершин.
3. Разработан комплекс проблемно-ориентированных программ, предназначенный для решения задачи поиска МНМ графа.
4. Проведены серии вычислительных экспериментов с целью сравнения качества работы предложенных алгоритмов с другими методами поиска МНМ.
5. Исследованы области применения разработанных алгоритмов.

### **Основные результаты исследования и их новизна**

В диссертационной работе Фирюлиной О.С. получены следующие основные результаты.

1. Разработаны новые алгоритмы построения всех максимальных независимых множеств и поиска наибольшего независимого множества в произвольном неориентированном графе. Новизна предложенных алгоритмов заключается в использовании для расширения МНМ на каждом уровне дерева поиска пары вершин. Граф представляется не традиционной парой множеств вершин и ребер графа, а парой множество вершин графа и множество несмежных пар.

2. Сформулированы и доказаны теоремы по теоретическому обоснованию корректности работы алгоритмов.

3. Проведены вычислительные эксперименты, результаты которых позволили выявить особенности поведения разработанных алгоритмов на графах с различными значениями плотности ребер, а также сравнить время работы с другими известными алгоритмами.

4. Разработанные алгоритмы реализованы в виде комплекса проблемно-ориентированных программ, предназначенного для решения задачи о поиске максимальных независимых множеств.

### **Научная и практическая значимость**

В диссертационной работе содержатся результаты, отвечающие современным тенденциям развития методов поиска МНМ графа. Алгоритмы и программы расширяют арсенал методов решения многочисленных прикладных проблем, использующих в качестве математического аппарата задачи поиска клик или МНМ неориентированного графа (анализ структур РНК, кластеризации данных, компоновки узлов радиоэлектронной аппаратуры и др.).

### **Стиль изложения и оформления**

Диссертация отражает значительный объем проделанной исследовательской работы, выполненной на достаточно высоком научно-техническом уровне. Следует отметить содержательный обзор литературы по тематике работы. Наличие иллюстративного материала, примеров решения конкретных задач облегчает понимание основных этапов работы предложенных алгоритмов. Оформление диссертации удовлетворяет требованиям ВАК.

## Публикация основных результатов

По теме диссертационной работы опубликовано восемь научных работ, в том числе две статьи в журнале из Перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук. Автором сделаны доклады на шести международных и российских научно-технических конференциях.

## Соответствие специальности

Диссертационная работа Фирюлиной О.С., посвященная разработке и практической реализации методов поиска максимальных независимых множеств неориентированного графа, соответствует специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

## Замечания

1. Использование понятия «эффективности» в названии диссертации представляется не вполне удачным. Можно было бы заменить формулировку «экспериментальная оценка их эффективности» на «экспериментальная оценка их вычислительной сложности».
2. На стр. 12 приведено определение «плотности» графа  $G$ , которая обозначается  $\varphi(G)$  и представляет собой «число вершин наибольшей клики графа  $G$ », а на стр. 13 приведено определение «плотности ребер» графа  $G$ . Затем на стр. 55 предлагается в дальнейшем использовать вместо «плотности ребер» графа сокращенный термин «плотность» графа, которая обозначается « $p$ » (видимо, в связи с тем, что понятие «плотность ребер» часто используется при описании результатов тестирования алгоритмов). Во избежание путаницы следует или не сокращать понятие «плотности ребер», или же не вводить понятие «плотности» графа, «как числа вершин наибольшей клики графа». В тексте диссертации в основном используется термин «мощность наибольшей клики», что заменяет собой понятие плотности графа  $\varphi(G)$ .
3. Во второй и третьей главах при формализации разработанных автором алгоритмов используется узел « $\alpha_*^{-1} = (\beta_*^{-1}, \gamma_*^{-1})$ » отрицательного уровня дерева поиска. Введение понятия отрицательного уровня дерева поиска выглядит неестественно. Достаточно сдвига индексации на единицу.
4. В параграфе 5 второй главы описан способ генерирования графов с заданными значениями размерности и плотности ребер. При таком способе ребра графа генерируются не с равной вероятностью. Для генерации случайных графов с требуемыми характеристиками следовало бы выбирать ребра графа случайным образом из всевозможных ребер для данной размерности.
5. В работе содержатся некоторые стилистические ошибки и опечатки. Например, в псевдокодах алгоритмов (стр. 20, 21), исследуемый граф обозначается как « $G(V, E)$ », хотя понятие графа (на стр. 11) введено как

« $G = (V, E)$ ». Далее по тексту диссертации автор придерживается именно такого обозначения графа, с использованием знака «=».

6. Следовало бы рассмотреть возможность распараллеливания разработанных автором алгоритмов, с целью уменьшения времени их работы.

Замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

### Рекомендации

Результаты диссертации рекомендуется использовать в научной и образовательной деятельности в Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Институте математических проблем биологии РАН, Институте белка РАН, Институте прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном политехническом университете, Петрозаводском государственном университете.

### Заключение

Диссертация Фирюлиной О. С. выполнена на достаточно высоком математическом уровне, выводы корректно обоснованы. Диссертация представляет собой завершённое научное исследование. Автореферат и опубликованные работы по теме диссертации отражают её основное содержание.

Диссертация Фирюлиной О. С. удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присвоения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация обсуждена на научном семинаре ИПМИ КарНЦ РАН

« 23 » мая 2014 г.

Заведующий лабораторией моделирования  
природно-технических систем ИПМИ КарНЦ РАН,  
доктор физ.-мат. наук, профессор

 \_\_\_\_\_ Заика Ю. В.

